



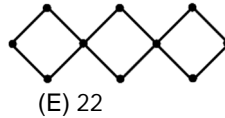
**Задачи
международного конкурса
«Кенгуру»**

21.03.2019.

11-12 класс

Задачи, оцениваемые в 3 балла

23. В вершинах квадратов на рисунке написаны числа от 1 до 10. Сумма S четырех чисел в вершинах каждого квадрата одинакова. Каково наименьшее возможное значение S ?



24. Сколько плоскостей проходит через по крайней мере три вершины куба?

25. Четыре различные прямые проходят через начало координат и пересекают параболу $y = x^2 - 2$ в восьми точках. Какое число может быть произведением координат этих восьми точек?

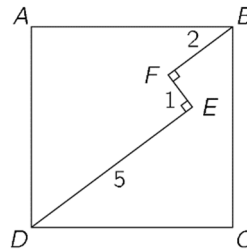
(A) только 16 (B) только -16 (C) только 8
(D) только -8 (E) существует несколько различных произведений.

26. Для какого количества целых чисел n число $|n^2 - 2n - 3|$ является простым?

(A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 4 (E) таких n бесконечно много

27. Ломаная $DEFB$ лежит внутри квадрата $ABCD$, причем $DE \perp EF$ и $EF \perp FB$ (см. рисунок). Чему равна длина стороны квадрата, если $DE = 5$, $EF = 1$ и $FB = 2$?

(A) $3\sqrt{2}$ (B) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{11}{2}$
(D) $5\sqrt{2}$ (E) другой ответ



28. Последовательность a_1, a_2, a_3, \dots начинается с $a_1 = 49$. При $n \geq 1$ число a_{n+1} получается путем добавления 1 к сумме цифр числа a_n и возведением в квадрат результата. Таким образом, $a_2 = (4 + 9 + 1)^2 = 196$. Определите a_{2019} .

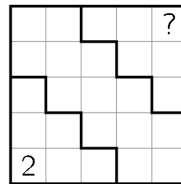
(A) 121 (B) 25 (C) 64 (D) 400 (E) 49

29. Три разных числа выбираются случайным образом из множества $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Какова вероятность того, что одно из них является средним арифметическим двух других?

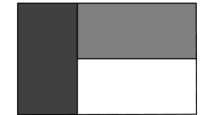
(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

30. Квадрат разделен на три части двумя ломанными линиями (см. рисунок) и заполняется числами таким образом, что каждая строка и каждая столбец содержит числа 1, 2, 3, 4 и 5 ровно один раз. Кроме того, суммы чисел в каждой из трех выделенных областей равны. Какое число находится в правом верхнем углу?

(A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 4 (E) 5



1. Флаг Кенгурундии - это прямоугольник, который разделен на три меньших равных прямоугольника, как показано на рисунке. Каково соотношение длин сторон белого прямоугольника?



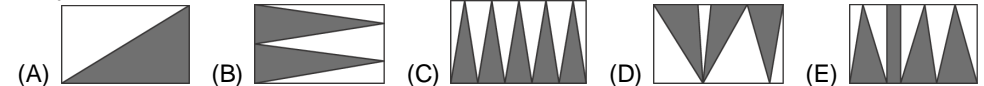
(A) 1:2 (B) 2:3 (C) 2:5 (D) 3:7 (E) 4:9

2. Числа 1, 2, 3 и 4 записываются в разные клетки таблицы 2×2 . После этого вычисляется сумма чисел в каждой строке и каждом столбце. Две из этих сумм - 4 и 5. Каковы две другие суммы?

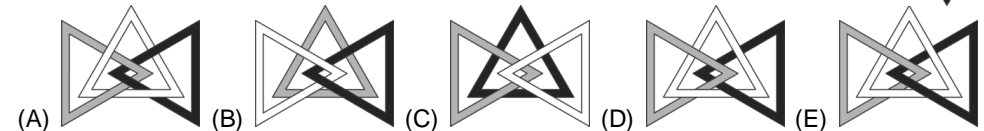


(A) 6 и 6 (B) 3 и 5 (C) 4 и 5 (D) 4 и 6 (E) 5 и 6

3. Прямоугольник был закрашен пятью разными способами (см. рисунок). На каком рисунке закрашенная часть имеет наибольшую площадь?



4. На рисунке показаны три соединенные между собой треугольника. На каком из следующих рисунков эти три треугольника соединены таким же образом?

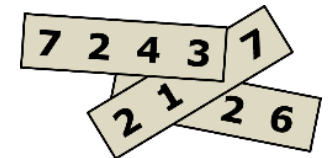


5. Среди граней, образующих поверхность пирамиды, ровно 23 треугольника. Сколько ребер у этой пирамиды?

(A) 23 (B) 24 (C) 46 (D) 48 (E) 69

6. Три четырехзначных числа записаны на трех листах бумаги (см. рисунок). Сумма этих трех чисел равна 11126. Какие три цифры не видны?

(A) 1, 4 и 7 (B) 1, 5 и 7 (C) 3, 3 и 3
(D) 4, 5 и 6 (E) 4, 5 и 7



7. Какова самая первая (с левой стороны) цифра наименьшего целого положительного числа, сумма цифр которого равна 2019?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!

8. На каждой грани кубика одной, двумя или тремя точками изображены числа 1, 2 или 3. Если бросать этот кубик, то вероятность того, что выпадет 1, равна $\frac{1}{2}$, вероятность того, что выпадет 2, равна $\frac{1}{3}$, вероятность того, что выпадет 3, равна $\frac{1}{6}$. На каком из следующих рисунков изображен НЕ этот кубик?



9. Миша изобрел новую операцию для действительных чисел, определяемую как $x * y = y - x$. Если a , b и c такие, что $(a * b) * c = a * (b * c)$, то какое из следующих утверждений обязательно верно?

- (A) $a = b$ (B) $b = c$ (C) $a = c$ (D) $a = 0$ (E) $c = 0$

10. Сколько чисел от 2^{10} до 2^{13} включительно делится на 2^{10} ?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 16

Задачи, оцениваемые в 4 балла

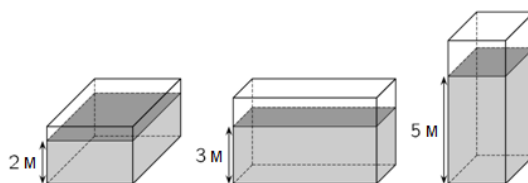
11. Какова наибольшая степень 3, на которую делится число $7! + 8! + 9!$?

- (A) 3^2 (B) 3^4 (C) 3^5
(D) 3^6 (E) степень 3 большая, чем 3^6

12. В этом году количество мальчиков в моем классе увеличилось на 20%, а количество девочек уменьшилось на 20%. Теперь в классе общее число учащихся на один больше, чем было в прошлом году. Каким может быть число учащихся в моем классе сейчас?

- (A) 22 (B) 26 (C) 29 (D) 31 (E) 34

13. Контейнер в форме прямоугольного параллелепипеда частично заполнен 120 м^3 воды. Глубина воды составляет или 2 м, или 3 м, или 5 м, в зависимости от того, какая грань контейнера находится на земле (см. рисунок). Каков объем контейнера?



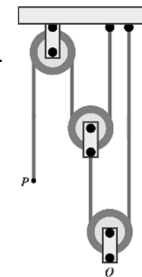
- (A) 160 м^3 (B) 180 м^3 (C) 200 м^3 (D) 220 м^3 (E) 240 м^3

14. Три кенгуру, Алекс, Боб и Карл, ходят гулять каждый день. Если Алекс не надевает шляпу, тогда Боб надевает шляпу. Если Боб не надевает шляпу, тогда Карл гуляет в шляпе. Сегодня Карл гуляет без шляпы. Кто сегодня носит шляпу?

- (A) только Алекс и Боб
(B) только Алекс (C) Алекс, Боб и Карл
(D) ни Алекс, ни Боб
(E) только Боб

15. Система состоит из трех шкивов с вертикальными участками канатов между ними (см. рисунок). Конец P опустили на 24 сантиметра. На сколько сантиметров поднимется точка Q ?

- (A) 24 (B) 12 (C) 8 (D) 6 (E) $\frac{24}{5}$



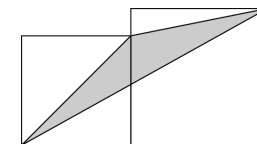
16. Положительное целое число n называется *хорошим*, если его наибольший делитель (исключая n) равен $n - 6$. Сколько *хороших* положительных целых чисел существует?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) бесконечно много

17. В коробке лежат 4 шоколадки и 1 фруктовая жвачка. Женя и Маша по очереди достают из коробки 1 предмет, не возвращая его в коробку. Побеждает тот, кто достанет фруктовую жвачку. Женя начинает первым. Какова вероятность того, что победит Маша?

- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{6}$ (E) $\frac{1}{3}$

18. На рисунке изображены два квадрата с длинами сторон a и b ($a < b$). Чему равна площадь закрашенного треугольника?



- (A) \sqrt{ab} (B) $\frac{1}{2}a^2$
(C) $\frac{1}{2}b^2$ (D) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ (E) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

19. Какова целая часть числа $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 20 (E) 25

20. Чтобы вычислить значение $\frac{a+b}{c}$, Соня набирает $a + b \div c$ на калькуляторе и получает 11 (a, b, c - целые положительные числа). Затем она набирает $b + a \div c$ и удивляется, увидев, что результат равен 14. Она понимает, что калькулятор выполняет сначала деление, а потом сложение. Каков правильный результат $\frac{a+b}{c}$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. Пусть a - сумма всех положительных делителей числа 1024 и b - произведение всех положительных делителей числа 1024. Тогда

- (A) $(a - 1)^5 = b$ (B) $(a + 1)^5 = b$ (C) $a^5 = b$ (D) $a^5 - 1 = b$ (E) $a^5 + 1 = b$

22. Найдите множество всех значений параметра a , при которых уравнение $2 - |x| = ax$ имеет ровно два решения.

- (A) $(-\infty, -1]$ (B) $(-1, 1)$ (C) $[1, +\infty)$ (D) $\{0\}$ (E) $\{-1, 1\}$