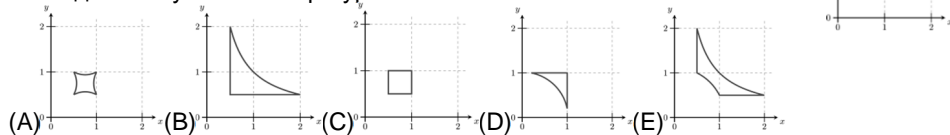


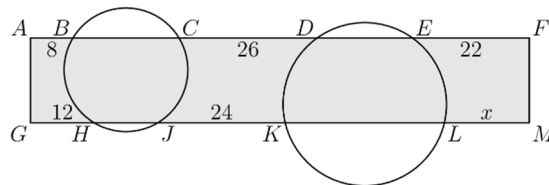
24. Квадрат находится на координатной плоскости (см. рисунок). Каждая точка  $(x, y)$  квадрата преобразуется в точку  $(\frac{1}{x}, \frac{1}{y})$ . Как будет выглядеть получившаяся фигура?



25. Вершины двадцатиугольника пронумерованы от 1 до 20 таким образом, что номера соседних вершин различаются или на 1, или на 2. Стороны двадцатиугольника, концы которого отличаются только на 1, окрашены в красный цвет. Сколько красных сторон у такого двадцатиугольника?

- (A) 1 (B) 2 (C) 5  
(D) 10 (E) есть несколько возможностей

26. Две окружности пересекают прямоугольник AFMG (см. рисунок). Известна длина пяти отрезков вне окружностей:  $AB = 8$ ,  $CD = 26$ ,  $EF = 22$ ,  $GH = 12$  и  $JK = 24$ . Какова длина отрезка LM?



- (A) 14 (B) 15  
(C) 16 (D) 17 (E) 18

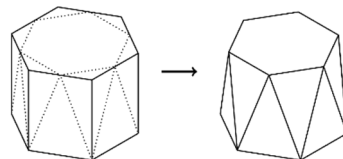
27. Известно, что  $N$  – целое положительное число. Сколько целых чисел находится между числами  $\sqrt{N^2 + N + 1}$  и  $\sqrt{9N^2 + N + 1}$ ?

- (A)  $N + 1$  (B)  $2N - 1$  (C)  $2N$  (D)  $2N + 1$  (E)  $3N$

28. Первый член  $a_1$  последовательности  $(a_n)$  больше нуля, но меньше единицы. Для всех  $n \geq 1$ ,  $a_{2n} = a_2 \cdot a_n + 1$  и  $a_{2n+1} = a_2 \cdot a_n - 2$ . Каково значение  $a_2$ , если  $a_7 = 2$ ?

- (A) Совпадает с  $a_1$  (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

29. У правильной шестиугольной призмы срезаны верхние трехгранные углы (см. рисунок). При этом верхняя грань становится правильным шестиугольником меньшего размера, а 6 прямоугольных боковых граней заменяются 12 равнобедренными треугольниками двух разных размеров. Какая часть объема исходной призмы была потеряна?



- (A)  $\frac{1}{12}$  (B)  $\frac{1}{6}$  (C)  $\frac{1}{4\sqrt{3}}$  (D)  $\frac{1}{6\sqrt{2}}$  (E)  $\frac{1}{6\sqrt{3}}$

30. Футбольный матч между двумя командами проводится на стадионе с сидениями для зрителей, расставленными в виде прямоугольника. В каждом ряду 11 болельщиков одной команды, в каждой колонне сидений 14 болельщиков второй команды, и 17 мест свободны. Каким может быть наименьшее количество мест на стадионе?

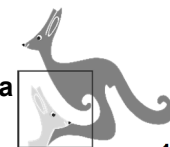
- (A) 500 (B) 660 (C) 690 (D) 840 (E) 994

Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!



**Задачи  
международного конкурса  
«Кенгуру»**

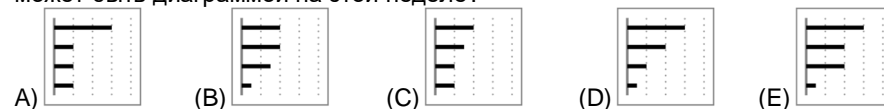
24.03.2022.



11-12 класс

Задачи, оцениваемые в 3 балла

1. На смартфоне Игоря эта диаграмма показывает, сколько времени он потратил на прошлой неделе на каждое из своих приложений. Приложения отсортированы от наибольшего затраченного времени к наименьшему. На этой неделе он вдвое сократил время, потраченное на два из этих приложений, но на другие два приложения он потратил столько же времени, сколько на прошлой неделе. Какая из приведенных ниже диаграмм не может быть диаграммой на этой неделе?



2. Сколько положительных целых трехзначных чисел делятся на 13?  
(A) 68 (B) 69 (C) 70 (D) 76 (E) 77

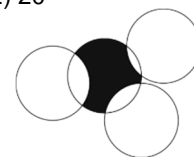
3. Белла старше Дана и моложе Лилии. Тед старше Беллы. Какие два человека могут быть одного возраста?

- (A) Дан и Тед (B) Тед и Лилия (C) Лилия и Дан  
(D) Белла и Лилия (E) Тед и Белла

4. Произведение цифр десятизначного целого числа равно 15. Какова сумма цифр этого числа?

- (A) 8 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 20

5. Четыре круга, каждый радиуса 1, пересекаются, как показано на рисунке. Каков периметр закрашенной области?



- (A)  $\pi$  (B) некоторое число между  $3\pi/2$  и  $2\pi$  (C)  $3\pi/2$  (D)  $2\pi$  (E)  $\pi^2$

6. Давид записывает в порядке возрастания все целые числа от 2 до 2022, в записи которых используются только нули и двойки. Какое число находится в середине его списка?

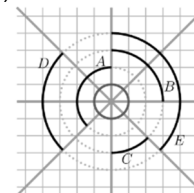
- (A) 200 (B) 220 (C) 222 (D) 2000 (E) 2002

7. Сколько действительных решений имеет уравнение  $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$ ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4


8. Четыре прямые пересекаются, образуя восемь равных углов. Какая из черных дуг имеет ту же длину, что и маленькая окружность?

- (A) A (B) B (C) C  
(D) D (E) E



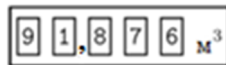
9. Каждое из чисел  $a, b, c$  отлично от нуля. Числа  $3a^3b^5c^{-4}$  и  $-2a^4b^3c^2$  имеют одинаковые знаки. Что из следующего обязательно верно?

- (A)  $ab > 0$  (B)  $b < 0$  (C)  $c > 0$  (D)  $bc > 0$  (E)  $a < 0$

10. Марк на прямой отметил точки A, B, C и D в таком же порядке, как на рисунке.
- 
- Расстояние между A и C равно 12 см, расстояние между B и D равно 18 см. Каково расстояние между серединой AB и серединой CD?
- (A) 15 см (B) 12 см (C) 18 см (D) 6 см (E) 9 см

*Задачи, оцениваемые в 4 балла*

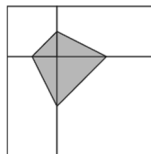
11. Когда Антон посмотрел на счетчик воды в своей ванной комнате, он заметил, что



все цифры на счетчике разные. Сколько воды будет израсходовано до следующего раза, когда все цифры на счетчике опять будут разными?

- (A) 0,006 м³ (B) 0,034 м³ (C) 0,086 м³ (D) 0,137 м³ (E) 1,048 м³

12. Большой квадрат разделен на два неравных квадрата и два равных прямоугольника (см. рисунок). Вершины закрашенного четырехугольника - это середины сторон двух квадратов. Площадь закрашенного четырехугольника равна 3. Какова площадь незакрашенной части большого квадрата?

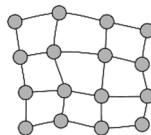


- (A) 12 (B) 15 (C) 18 (D) 21 (E) 24

13. Чему равен наибольший общий делитель чисел  $2^{2021} + 2^{2022}$  и  $3^{2021} + 3^{2022}$ ?

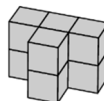
- (A)  $2^{2021}$  (B) 1 (C) 2 (D) 6 (E) 12

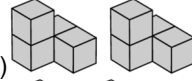

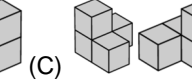
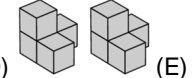
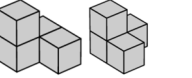
14. На рисунке показан регион с 16 городами, соединенными дорогами. Правительство хочет построить электростанции в некоторых из этих городов. Каждая электростанция может обеспечить электричеством город, в котором расположена, и любые города, связанные с этим городом только одной дорогой. Какое наименьшее количество электростанций нужно построить, чтобы обеспечить электричеством все 16 городов?



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

15. Из какой пары фигур (A) – (E) можно составить фигуру, показанную на рисунке?

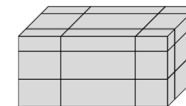


- (A)  (B)  (C)   
(D)  (E) 

16. Мартина играет в турнире из 8 игроков. Она знает, что выиграет у всех, кроме Эдуарда, который выиграет у всех. В первом раунде игроки случайным образом разбиваются на четыре пары, и победитель каждого матча переходит во второй раунд. Во втором раунде проводится два матча, победители которых выходят в финал. Какова вероятность того, что Мартина не попадет в финал?

- (A) 1 (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{2}{7}$  (D)  $\frac{3}{7}$  (E)  $\frac{4}{7}$

17. Прямоугольный параллелепипед с площадью поверхности  $S$  разрезан шестью плоскостями, как показано на рисунке. Каждая плоскость параллельна грани параллелепипеда, но расстояние от плоскости до грани не известно. Теперь прямоугольный параллелепипед разделен на 27 меньших частей. Какова (выраженная через  $S$ ) общая площадь поверхности всех 27 меньших частей?

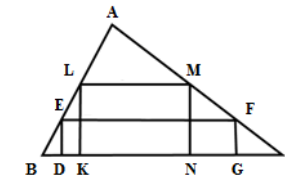


- (A)  $2S$  (B)  $\frac{5}{2}S$  (C)  $3S$   
(D)  $4S$  (E) ни один из предыдущих ответов

18. Среднее арифметическое пяти чисел равно 24. Среднее арифметическое трех меньших из них равно 19, а среднее арифметическое трех больших из них равно 28. Чему равна медиана этих пяти чисел?

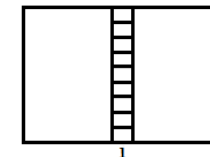
- (A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 23 (E) 24

19. В треугольник ABC вписаны два прямоугольника DEFG и KLMN (см. рисунок); DE=1, EF=5, KL=2, LM=3. Чему равна высота треугольника, проведенная к стороне BC?



- (A) 3 (B)  $\frac{7}{2}$  (C)  $\frac{8}{3}$   
(D)  $\frac{16}{5}$  (E) 4

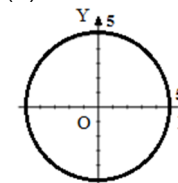
20. Прямоугольник разделен на 11 прямоугольников меньшего размера (см. рисунок). Все 11 прямоугольников и исходный подобны. Ориентация самых маленьких прямоугольников такая же, как и у самого большого. Длина основания самого маленького прямоугольника 1. Каков периметр самого большого прямоугольника?



- (A) 20 (B) 24 (C) 27 (D) 30 (E) 36

*Задачи, оцениваемые в 5 баллов*

21. Радиус окружности с центром в начале координат равен 5. Сколько на этой окружности точек, обе координаты которых целые числа?

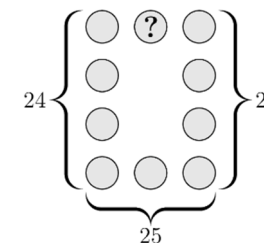


- (A) 5 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 20

22. Сколько существует положительных целых трехзначных чисел, которые в пять раз больше произведения своих цифр?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

23. Числа от 1 до 10 помещаются, каждое один раз, в кружки на рисунке. Сумма чисел в левом столбце равна 24, сумма чисел в правом столбце также равна 24, а сумма чисел в нижнем ряду равна 25. Какое число находится в кружке с вопросительным знаком?



- (A) 2 (B) 4 (C) 5  
(D) 6 (E) ничего из предыдущего